

Kedves 6. osztályos Tanulók!

A Diákkadémia első témaköréhez tartozó feladatokat olvashatjátok.

Figyelmesen tanulmányozzátok a minta feladatokat és megoldásokat, vagy találjatok ki önállóan új megoldásokat a feladatokhoz. Az ellenőrző kérdéseket oldjátok meg, és a megoldásokat fényképezzétek le, küldjétek el az e-mail címemre (koncz1102@gmail.com), vagy postázzátok el a Bajza József Gimnázium címére: 3000 Hatvan, Balassi Bálint út 17. Nagyné Koncz Terézia tanárnő részére.

A megoldásokon legyen rajta a nevetek, osztályotok, iskolátok és egy választott jelige. Az eredményeteket a Bajza honlapján láthatjátok a jeligével. Jó munkát kívánok!

1.) Páros vagy páratlan az első száz prímszám összege?

Prímszámoknak nevezzük azokat a természetes egyész számokat, amelyeknek pontosan két osztója van az 1 és önmaguk. A legkisebb prímszámunk a 2, aki páros szám. A többi prímszámunk csak páratlan szám lehet: 3,5,7,11,13,17,19,23,29,31, ...stb. végtelensok prímszám létezik. Ha páros számokat adunk össze, akkor mindig páros számot kapunk. Ha egy páros számhoz adunk egy páratlan számot, akkor páratlan számot kapunk. Ha két páratlan számot adunk össze, akkor páros számot kapunk. A feladatban egy páros számhoz adunk 99 db páratlan számot, ekkor páratlan számot kapunk eredményként.

Tehát az első száz prímszám összege páratlan lesz.

2.) Adjunk meg két pozitív egész számot, melyek összege is és szorzata is prím!

A prímszámokat csak egyféleképpen lehet szorzattá bontani, amelyben az egyik tényező az 1 a másik pedig x , maga a prímszám. Például a $13=1 \times 13$. Tehát az egyik szám az 1 lesz. Mivel az összegük is prímszám, ezért $1+x$ =prímszámból következik, hogy két szomszédos egész számról van szó vagyis az 1 és a 2 a helyes megoldás.

3.) Adjunk meg két olyan prímszámot, melyek összege is és különbsége is prím!

Vizsgáljuk meg, ha két páros számot összeadunk, akkor páros számot kapunk, és ha kivonjuk ezeket akkor is páros számot kapunk. pl $10+4=14$ és $10-4=6$. Ha két páratlan számot összeadunk és kivonunk ugyanúgy páros számot kapunk. Pl. $13+5=18$ és $13-5=8$ Tehát olyan prímszámokat keresünk, amelyek egyike páros, a másik pedig páratlan, mert ezek összege és különbsége lesz páratlan (a prímszámok egy kivételével páratlan számok). Tehát az egyik keresett prímszám csak a 2 lehet, a másik prím legyen az x . Ekkor $2+x$, $x, x-2$ három prímszám, amelyek közül az egyik 3-mal osztható, de ez a szám csak 3 lehet. Ez a három szám 3,5,7, amiből az $x=5$. A keresett két prímszám a 2 és az 5.

4.) Van-e olyan p prímszám, hogy $p+15$ is prímszám?

Igen van. A $p=2$ lesz a megoldás, mert $2+15=17$. Ha két páros számot összeadunk, akkor páros számot kapunk, de nekünk csak páratlan szám lehet az összeg, mert a prímelek zöme páratlan. Így p -nek páros prímnek kell lennie, ami csak a 2 lehet.

5.) Milyen számjegyre végződik az első 19 pozitív egész szám szorzata?

A szorzat $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \dots \times 18 \times 19$ =csoportosítsuk a szorzat tényezőit
 $=2 \times 5 \times 10 \times \dots \times 18 \times 19=100 \times \dots \times 18 \times 19$ =Ha 100-zal szorzunk valamit, akkor a szorzat két nullára fog végződni. Válaszunk: a szorzat nullára fog végződni.

6.) Hány darab nullára fog végződni az első 30 pozitív egész szám szorzata?

($1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times \dots \times 29 \times 30$)

Az 5. feladat alapján keressük meg azokat a számokat, amelyeket ha összeszorozunk nullára fognak végződni. Ezek a számok a 2×5 , 10, 4×15 , 20, 6×25 , 30 vagyis az öttel osztható számok kellene, mert őket egy páros számmal szorozva 10-zel osztható számot kapunk, ami 0-ra végződik. Vigyázni kell a 25-tel, mert ha két páros számmal szorozzuk, akkor két nullára

végződik a szorzat. Tehát a felsorolt számokat, számpárokat összeszorozzuk és kiderül, hogy 7 db nullára fog végződni az első 31 pozitív egész szám szorzata.

7.) Milyen számjegyet írhatunk az x helyére, ha tudjuk, hogy a 123467x hétjegyű szám

a.) osztható 5-tel?

Az ötten osztható számok utolsó számjegye 0 vagy 5 lehet. Így az x értéke vagy 0 vagy 5.

b.) osztható 4-gyel?

Azok a számok oszthatók 4-gyel, amelyeknek az utolsó két számjegyéből képzett kétjegyű szám osztható 4-gyel. A vizsgált kétjegyűszám $7x$. Az x helyére írhatunk 2-t vagy 6-t, mert $72:4=18$ tehát a $1234672:4=308668$ illetve $76:4=19$ vagyis $1234676:4=308669$ A keresett x értéke 2 vagy 6 lehet.

c.) osztható 3-mal?

Azok a számok oszthatók 3-mal, amelyek számjegyeinek összege osztható 3-mal. A számjegyek összege: $1+2+3+4+6+7+x=23+x$, ebből az $x=1$ vagy 4 vagy 7 lehet. Ha $x=1$, akkor $23+1=24$ a $24:3=8$, ekkor a keresett hétjegyű szám 1234671, ami tényleg osztható 3-mal. Ha $x=4$, akkor $23+4=27$, a $27:3=9$, ekkor a keresett szám 1234674. Ha az $x=7$, akkor $23+7=30$ $30:3=10$, ekkor a keresett szám 1234677.

d.) osztható 8-cal?

Azok a számok oszthatók 8-cal, amelyeknek az utolsó három számjegyéből képzett háromjegyű szám osztható nyolccal. Vagyis 123467x számból a 67x kell megvizsgálni. Próbálkozzunk a páros számokkal és gondoljunk arra is, hogyha nyolccal osztható egy szám, akkor négyvel is osztható. A helyes megoldás $x=2$.

Ellenőrző kérdések az első témakörhöz

Kedves 6. osztályos tanulók a következő feladatokat kell megoldani november 24.-ig. A megoldásokat részletesen kidolgozva, A4 lapon névvel, iskolával, jeligével küldjétek el az alábbi e-mail címre: koncz1102@gmail.com (Nagyné Koncz Terézia tanárnőnek). Vagy küldjétek el postán Bajza Gimnázium címére: 3000 Hatvan, Balassi Bálint út 17. Kérlek írdátok rá

1. Határozzuk meg azokat a x, y, z különböző prímszámokat, amelyekre $x+y+z=30$.
2. Van e olyan p prímszám, hogy $p+19$ is prímszám lesz? Válaszodat indokold!
3. Van e olyan k prímszám, hogy $k+15$ is prímszám lesz? Válaszodat indokold!
4. Három testvér közül a legidősebb 14 évvel idősebb a legfiatalabbnál, a középső testvér pedig 4 évvel fiatalabb a legidősebbnél. Mindhárman életkora prímszám. Hány évesek?
5. Milyen számjegyre végződik az első 39 pozitív egész szám szorzata?
6. Hány darab nullára fog végződni az első 50 pozitív egész szám szorzata?
($1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times \dots \times 49 \times 50$)
7. Milyen számjegyet írhatunk az x helyére, ha tudjuk, hogy a 937461x hétjegyű szám
 - a.) osztható 2-vel?
 - b.) osztható 3-mal?
 - c.) osztható 9-cel?
 - d.) osztható 5-tel?
 - e.) osztható 10-zel?
 - f.) osztható 4-gyel?
 - g.) osztható 8-cal?