Kedves 9. osztályos tanulók!

A Diákakadémia első témaköréhez tartozó feladatokat olvashatjátok.

Figyelmesen tanulmányozzátok a minta feladatokat és megoldásokat, vagy találjatok ki önállóan új megoldásokat a feladatokhoz. Az ellenőrző kérdéseket oldjátok meg, és a megoldásokat jutassátok el Nagyné Koncz Terézia tanárnő részére. A feladatok megoldását 2024. 11.15.-ig várom.

A feladatok megoldását **részletesen írjátok le, csak a megfelelő indoklással kaphattok maximális pontszámot.**

A megoldásokon legyen rajta a nevetek, osztályotok és a választott jelige. Ne felejtsétek el a jeligéteket is felírni, amit választottatok.

Jó munkát kívánok!

PERMUTÁCIÓK

1. Feladat.

Három számkártyánk van az 1, 2, 3 feliratokkal. Hányféle sorrendben rakhatjuk le ezeket a kártyákat egymás mellé?

Megoldás. Hatféle sorrend van, ezek a következők:

123, 132, 213, 231, 312, 321.

A lehetséges gondolkodás:

Az első helyre a 3 szám közül bármelyiket választhatjuk, azaz 3 lehetőségünk van arra, hogy melyik számkártyát rakjuk le először. De bármelyiket is raktuk le, a maradék 2 szám közül kétféleképpen választhatjuk ki a 2. számkártyát, a 3. helyre 1 kártya maradt. Ezzel 3*2*1=3! (ejtsd: 3 faktoriális)=6 lehetőséget kaptunk.

2. Feladat.

Hányféle sorrendje van az a,b,c,d betűknek?

Megoldás. A sorrendek száma 4!=4*3*2*1=24, ezek:

abcd abdc acbd acdb adbc adcb

bacd badc bcad bcda bdac bdca

cabd cadb cbad cbda cdab cdba

dabc dacb dbac dbca dcab dcba

Az első betű kiválasztásához 4 lehetőség van, ezt leírtuk. Maradt 3 betűnk, így a 2. helyre 3 féle betű kerülhet ez 3 lehetőség, leírva, maradt 2 betűnk. A 3. helyre ebből a két betűből választhatunk, ami kétféle választást tesz lehetővé. A 4. helyre már csak a megmaradt egy betűt tehetjük. Azaz 4*3*2*1=24, ami az új jelöléssel 4!=24

Definíció. Tekintsünk véges sok különböző elemet. Ezek különböző sorrendjeit az elemek permutációinak nevezzük. A permutációk képzését (felírását)az elemek permutálásának nevezzük. Ha adott n különböző elem, akkor jelölje P=n! (n faktoriális) az összes permutációinak számát.

Ha n=4, akkor P= 4!=4*3*2*1=24 a sorrendek száma.

3. feladat

A moziba egy 5 fős baráti társaság jegyei egymás mellé szólnak. Hányféleképpen ülhetnek le egymás mellé az 5 helyre?

Megoldás: Az első székre 5 ember bármelyike leülhet. De bármelyikük is ült le, a maradék 4 ember bármelyike leülhet a 2. székre, a 3. székre 3 ember, a 4. székre 2 ember, az ötödik széken pedig már csak az utolsó ember foglalhat helyet. Ezzel 5*4*3*2*1=5! (ejtsd: 5 faktoriális)=120 lehetőséget kaptunk. A felsorolás már sokkal nehezebb lenne, hiszen 120 féle sorrendben kellene felsorolni az A, B, C, D, E -vel jelölt barátokat.

4. feladat

Hány négyjegyű szám készíthető a 0,1,2,3 számkártyákból?(egy kártyát csak egyszer tudunk felhasználni).

Megoldás: A négyjegyű számok nem kezdődhetnek 0-val, így az ezresek helyére csak az1,2,3 számjegyek közül választhatunk, ami három lehetőség. A maradék három szám (a 0 is lehet) közül választhatunk a százasok helyére, ami 3 féle lehet, két szám marad a tízesek helyére, és egy az egyesek helyére, vagyis 3*3*2*1=18 ilyen négyjegyű szám van.

Másképpen: a 4 számból 4!=4*3*2*1=24 féle számot tudunk képezni, de ebből nem jók azok, amelyek 0-val kezdődnek. Hány db kezdődik 0-val? Három számjegyet (az 1,2,3-at) 3*2*1=6 féleképpen rendezhetjük sorba a nulla mögött. Az előbb kapott 24-ből kivonjuk a 6-ot = 18, ami természetesen ugyanannyi, mint az előbb.

Ismétléses permutáció

5. feladat

Az 1, 2, 2 számjegyekből képezzünk háromjegyű számokat. Hányféle lehet ez?

Megoldás: 122,212,221, vagyis 3 féle háromjegyű számot kaptunk. Másképpen: 3 számból képeztünk háromjegyű számokat vagyis 3*2*1=6 db lenne az előző feladatok alapján, de a két db kettest nem lehet megkülönböztetni ezért 6:2=3 a végeredmény .

6. feladat

Az A,A,A,B betűkből hány 4 betűs (nem feltétlenül értelmes) szó készíthető? Másképpen hányféleképpen írhatjuk egymás után ezt a 4 betűt?

Megoldás: Ha 4 különböző elemet szeretnénk sorba rakni, akkor 4!=4*3*2*1=24 féleképpen írhatjuk le. De most 3 A betű ismétlődik, ezért az ismétlődő elemek sorrendjével, vagyis 3!=3*2*1=6 –tal osztani kell az előbb kapott eredményt, vagyis 24:6=4 féleképpen rakhatjuk sorba a betűket. A megoldásokat egyszerű felsorolni is: AAAB, AABA, ABAA, BAAA.

7. feladat

Az A,A,A,B,B betűkből hány 5 betűs (nem feltétlenül értelmes) szó készíthető? Másképpen hányféleképpen írhatjuk egymás után ezt az 5 betűt?

Megoldás: Ha 5 különböző elemet szeretnénk sorba rakni, akkor 5!=5*4*3*2*1=120 féleképpen írhatjuk le. De most 3 A betű és 2 B betű ismétlődik, ezért az ismétlődő elemek sorrendjével, vagyis 3!=3*2*1=6 –tal is és a 2!=2 is osztani kell az előbb kapott eredményt, vagyis 120:6:2=10 féleképpen rakhatjuk sorba a betűket. A megoldásokat egyszerű felsorolni is: AAABB, AABBA, ABBAA, BBAAA, BABAA, ABABA, AABAB, ABAAB, BAAAB, BAABA.

8. feladat

Hány négyjegyű szám készíthető a 0,1,1,2 számkártyákból?

Megoldás: 2011, 2101, 2110, 1201,1210, 1120, 1102,1021,1012, azaz 9 db négyjegyű számot tudunk képezni. c

Variációk

9. feladat

Az 1, 2, 3, 4 számjegyekből hány kétjegyű szám készíthető, ha a számjegyek nem ismétlődhetnek.

Megoldás:

A felsorolás szerint: 12,13,14,21,23,24,31,32,34,41,42,43 vagyis 12 db ilyen szám van.

Másképpen az első helyre, a tízesek helyére 4 féle szám közül választhatunk, az egyesek helyére a maradék három szám közül 3 féleképpen választhatunk, azaz 4*3=12 féle kétjegyű számot tudunk képezni.

Másképpen a 4 elemből 4!=4*3*2*1=24 féle lehetne, de a 4 számból 2-re nincs szükségünk, ezért osztunk 2!-sal. Vagyis 24:2=12 a helyes eredmény.

10. feladat

Az 1, 2, 3, 7, 9 számjegyekből hány kétjegyű szám készíthető, ha a számjegyek nem ismétlődhetnek?

Megoldás: Az 5 számot 5!=5*4*3*2*1=120 féleképpen rakhatjuk sorba, de a kétjegyű számokhoz csak 2 számjegyre van szükségünk és így három szám kimarad. Tehát a 120-at osztani kell a három kimaradó szám összes lehetséges sorrendjével, azaz 3!=3*2*1=6-tal. A végeredmény 120:6=20 féle kétjegyű számot tudunk képezni.

Másképpen: az első számjegy kiválasztásához 5 féle lehetőségünk van, a második helyre már csak 4 féle lehetőség közül választhatunk. Így 5*4=20 féle kétjegyű szám képezhető.

11.feladat

A 0,1,2,….,8,9 számjegyekből hány kétjegyű , különböző számjegyekből álló számot tudunk képezni?

Megoldás: A 0,1,2…,8,9 számjegyekből az első helyre 9 féle számot választhatunk, mert a nulla nem kerülhet előre(0-tól 9-ig 10 számjegy van) A második helyre is 9 szám közül választhatunk, mert most már a nullát is választhatjuk. Így 9*9=81 kétjegyű számot tudunk képezni.

12. feladat

A 0,1,2,….,8,9 számjegyekből hány kétjegyű , különböző számjegyekből álló páros számot tudunk képezni?

Megoldás: Páros számot akkor kapunk, ha a szám 0,2,4,6,8 -ra végződik. Vegyük először a nullára végződő kétjegyű számokat, ebből 9 db van, mert 1-től 9-ig 9 számunk van (10,20,30,40,50,60,70,80,90,). Most vegyük a 2-re végződő kétjegyű számokat, ebből 8 db van (12,32,42,52,62,72,82,92). Most a 4-re végződőket nézzük, ebből is 8 db van, ugyanígy a 6-ra és 8-ra végződők is 8-8 db számot adnak. Összesen: 9+8+8+8+8=41 páros, különböző számjegyekből álló kétjegyű számot képezhetünk.

13. feladat

A 0,1,2,3,4,5,6 számjegyekből hány négyjegyű öttel osztható, különböző számjegyekből álló számot tudunk képezni?

Megoldás: Az öttel osztható számok végződése csak 0 vagy 5 lehet. Ha a nullát a négyjegyű szám végére helyezzük, akkor marad 6 számjegyünk, amelyből csak 3-ra van szükségünk, ami 6*5*4=120 féle számot ad. Ha az 5-öt rakjuk a négyjegyű szám végére, akkor is 6 számjegyünk marad ,de köztük van a nulla is amit az ezresek helyére nem tehetünk, így 5*5*4=100 féle számot képezhetünk. Tehát összesen 120+100=220 féle öttel osztható, négyjegyű, különböző számjegyekből álló számot képezhetünk.

14. feladat

Az 1, 2, 3, 4 ,5 számjegyekből hány kétjegyű szám készíthető, ha a számjegyek ismétlődhetnek?

Megoldás: az első számjegy kiválasztásához 5 féle lehetőségünk van, a második helyre is 5 féle lehetőség közül választhatunk, hiszen a számok ismétlődhetnek. Így 5*5=25 féle kétjegyű szám képezhető.

15. feladat

Hány olyan háromjegyű szám van, amelyben nincs 0 számjegy?

Megoldás: 1, 2, 3,…,8, 9 számjegyekből választhatunk a százasok helyére , ami 9 féle lehetőséget ad. A tízesek helyére is ugyan ezekből választhatunk 9 féle számot, hiszen ismételhetjük az elsőre választott számot is, valamint az egyesek helyére is 9 lehetőség marad. Az eredmény: 9*9*9=729 olyan háromjegyű szám van, amelyekben nem szerepel a nulla számjegy.

Ellenőrző kérdések:

1. Hány db négyjegyű számunk van?
2. Hány db olyan négyjegyű számunk van, amelyekben a 0 számjegy nem szerepel, és minden számjegye különböző?
3. Hány ötjegyű páros szám képezhető a 0,1,1,1,2 számjegyekből?
4. Egy szabályos dobókockával kétszer dobunk egymás után, és a dobások eredményét sorba leírjuk. Hányféle kétjegyű számot kaphatunk?
5. Egy futóversenyen öten indultak. Hányféle sorrendben érkezhetnek be a versenyzők a célba?
6. A 0,1,2 számjegyekből hány db háromjegyű, 3-mal osztható számot képezhetünk? Soroljuk fel a megfelelő számokat!
7. Az „almafa” betűit hányféle sorrendben tudjuk leírni?
8. A 2,3,4,6,8 számkártyákból hány ötjegyű, páratlan számot tudunk képezni, ha egy számjegyet csak egyszer használhatunk fel?
9. Tíz tanuló között hányféleképpen oszthatunk ki 4 különböző könyvet, ha egy tanuló csak egy könyvet kaphat?
10. Tíz tanuló között hányféleképpen oszthatunk ki 4 különböző könyvet, ha egy tanuló több könyvet is kaphat?
11. Négy barátnő: Anna, Betti, Cili, Dorka elindulnak sétálni. Elfáradnak, és útközben leülnek egy padra beszélgetni. Hányféleképpen ülhetnek le?
12. A 0,2,4,5,6,7 számjegyekből hány háromjegyű öttel osztható, különböző számjegyekből álló számot tudunk képezni?

    Jó munkát kívánok!

A feladatok megoldását 2024. november 15. ig kérem megoldani és a megoldásokat lefényképezve eljuttatni az e-mail címemre: koncz1102@gmail.com vagy személyesen adjátok át számomra.